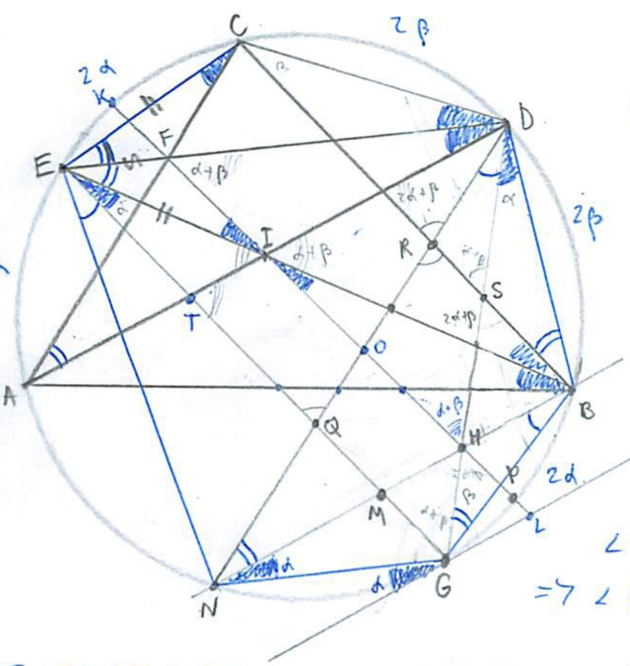


ვთქვათ: $AE=EC=2\alpha$. BE ბისექტრისაა

$CD=BD=2\beta$ AD ბისექტრისაა.

ვიცით AC წრფეზე და I არის ABC-ში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი მაშინ $EI=EC$.

$\angle CED=\angle DEB \Rightarrow \triangle ECF=\triangle EIF$.

$\Rightarrow \angle ECF=\angle EIF$.

$\angle FIE=\angle BIP$ ვერტიკალური კუთხეები.

ვიცით FI და EG წრფეები პარალელურია:

$\breve{EK}=\breve{PG}$

$\angle ECA=\angle EDA=\angle EBA=\angle KIE=BIP=\angle CDE$

$\angle GEB=\angle KIE$ პარალელური წრფეების გამო

$\Rightarrow \angle GDB=\angle GEB. \Rightarrow \breve{AE}=\breve{EC}=\breve{GB}$

ვიცით რომ $AE=GB$ მაშინ $AG \parallel EB$. $\angle BNG=\angle BDG$ (BG რკალზე დაყრდნობილი).

G წერტილზე გავავლოთ BN-ის პარალელური. მაშინ $\angle DMB=\angle DGL$.

$\angle DHB=\dfrac{\breve{BD}+\breve{NG}}{2}$. $\angle KOD=\dfrac{\breve{KC}+\breve{CD}+\breve{NG}+\breve{GL}}{2}=\dfrac{\breve{EC}+\breve{CD}+\breve{NG}}{2}=\alpha+\beta+\dfrac{\breve{NG}}{2}$

$\angle NDG=\angle NBG$ (NG რკალს ეყრდნობიან)

$DC=DI=DB \rightarrow \angle DIB=\angle DBI$ MHLG პარალელოგრამია.

$\angle DGN=\dfrac{\breve{AN}}{2}+2\alpha+\beta$.

ვიცით $EC=BG$ $BC \parallel EG \Rightarrow BC \parallel EG \parallel FI$. $\Rightarrow \angle CBI=\angle PIB$.

ECBG ტრაპეციაა.

FDH ტოლფერდაა რადგან $\angle DFH=\angle FHD=\alpha+\beta$

~~ΔITDQ ტოლფერდაა რადგან ∠DTQ = β+α+α და ∠DQT= ვიცით~~ $\angle HDB=\angle HIB$,

IDBH ჩახაზულია. მაშინ $\angle DBI=\angle DHI$ და $\angle IDH=\angle IBH$ (*).

$\angle IDH = \frac{\breve{AN}}{2} + \frac{\breve{NG}}{2}$ $\quad \angle IBH = \frac{\breve{AN}}{2} + \alpha. \Rightarrow \breve{NG} = 2\alpha.$

$\Rightarrow \quad \breve{NG} = \breve{BG}$

~~ოქროს გამოთვლისთვის, რომ~~

ასევე $DMB = DGL = \frac{\breve{BD} + \breve{NG}}{2}$ რადგან $\cancel{\angle BM}$

$\angle DGL = \frac{\breve{BD} + \breve{BG}}{2} = \frac{\breve{DG}}{2}$ ანუ ოქროს გამოთვლისთვის რომ

DL ეხება ω წრეწირის მხები.

რადგან თუ განვიხილავთ ჰომოთეტიას $DG : DH$ კოეფიციენტით

D წერტილში, $\Delta FDH$ გადავა $\Delta EDG$-ში (რადგან $\Delta FDH \sim \Delta EDG$).

რადგან FDH-ზე შემოხაზული წრეწირი გადავა ω წრეწირში

ხოლო M წერტილში გავლებული მხები GL წრფეში.

ასევე $GL \parallel BM$ რადგან M-ზე გავლებული მხები სწორედ

BM ყოფილა. რ.დ.გ.

$7x^2-13xy+7y^2=((x-y)+1)^3$ ვთქვათ $x \neq y$

~~[illegible]~~ ნებისმიერი კუბი 7-ზე გაყოფისას ნაშთად გვაძლევს 0-ს, 1-ს ან −1-ს.

მაშინ $13xy \equiv 0 \pmod 7$

$13xy \equiv 1 \pmod 7$ ან $13xy \equiv -1 \pmod 7$

$x$ და $y$ [illegible]. (2-ზე გაყოფა [illegible]).

შევნიშნოთ, რომ წყვილები $(1;1)$ $(1;-1)$ $(-1;1)$ $(-1;1)$ აკმაყოფილებენ მოცემულ განტოლებას.

ნებისმიერი კუბი 13-ზე გაყოფისას ნაშთად გვაძლევს 0-ს, ±1-ს, ±5-ს.

მაშინ

$$\begin{cases} 7(x^2+y^2) \equiv 0 \mod 13 \\ 7(x^2+y^2) \equiv \pm 1 \mod 13 \end{cases}$$

ან $7(x^2+y^2) \equiv \pm 5 \mod 13$.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 19

25.04.2015/ მათ/III/ 603

ამოცანა №

გვერდი №

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 19

25.04.2015/ მათ/III/ 603

ამოცანა №

გვერდი №